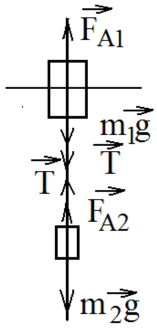
## 7 класс

**Вариант 1**

1. Два груза связали тонкой невесомой нерастяжимой нитью и опустили в сосуд с водой. Первый груз (из пробки) массой 100г погрузился в воду на половину своего объёма, а второй (металлический) грузик погрузился целиком, натянув нить. Плотность пробки $\rho_1=200 кг/м^3$, металла $\rho_2=6000 кг/м^3$, воды $\rho=1000 кг/м^3$. Определите массу и объём второго тела.

Решение




На погружённые в жидкость тела действуют сила тяжести $mg$, сила натяжения нити $T$ и сила Архимеда $F_A$. Расставим на рисунке направления этих сил и запишем уравнения условия равновесия для каждого тела $\begin{cases} m_1g + T - F_{A1} = 0 \\ m_2g - T - F_{A2} = 0 \end{cases}$ (1)

Из этих уравнений получаем $m_1g + m_2g = F_{A1} + F_{A2}$. (2)

$F_{A1} = \rho g \frac{V_1}{2} = \rho g \frac{m_1}{2\rho_1}$, $F_{A2} = \rho g V_2 = \rho g \frac{m_2}{\rho_2}$ . (3)

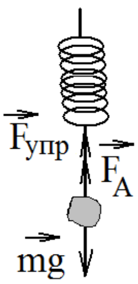
Подставляем (3) в (2) получаем $m_1g + m_2g = \rho g \frac{m_1}{2\rho_2} + \rho g \frac{m_2}{\rho_2}$ и выражаем массу второго груза

$m_2 = \frac{m_1\left(\frac{\rho}{2\rho_1}-1\right)}{\left(1-\frac{\rho}{\rho_2}\right)}$ = 0,18кг. Зная массу, определяем объём $V_2 = \frac{m_2}{\rho_2}$ $=3\cdot10^{-5}$м$^3$

Ответ: 0,18 кг, $3\cdot10^{-5}$ м$^3$

2. На уроке физики ученики получили задание: определить плотность тела неправильной формы. Весов в кабинете не оказалось. Ученик взял сосуд с керосином ($\rho_1=800 кг/м^3$) и с водой ($\rho_2=1000 кг/м^3$), подвесил груз на пружинку и поочерёдно опустил его в оба сосуда. При опускании в первый сосуд длина пружины изменилась на $x_1=6 см$, а при опускании во второй на $x_2=5 см$ . Определите плотность тела.

Решение




В данном опыте на тело действуют сила тяжести $mg = \rho_m gV$, сила упругости $F = kx$ и сила Архимеда $F_A=\rho_ж gV$. С учётом направлений этих сил: mg – $F_A$ – k x = 0. Обозначим плотность тела ρ.

Запишем для каждой жидкости: $\begin{cases} kx_1 = \rho gV - \rho_1 gV, \\ kx_2 = \rho gV - \rho_2 gV, \end{cases}$ тогда $\frac{x_1}{x_2} = \frac{\rho-\rho_1}{\rho-\rho_2} = \frac{6}{5}$.

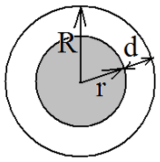
Из последнего выражения определяем плотность тела $\rho = 6\rho_2 - 5\rho_1 = 2000 кг/м^3$.

Ответ: 2000 кг/м$^3$

3. Металлические шарики, радиуса $r = 5$ *см* покрыли слоем пластика толщиной $d = 1$ *см.* Определите среднюю плотность получившегося изделия.

Объём шара $V=4\pi r^3/3$. Плотность металла $\rho_1=8000 кг/м^3$, пластика $\rho_2=900 кг/м^3$.

Решение




Объём пластика найдём как разность объёмов всего шара и малого шара $V_n = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$, где $R = r + d = 6см$.

Средняя плотность $\rho_{ср} = \frac{m_1+m_2}{V} = \frac{\rho_1 \frac{4}{3}\pi r^3 \ \ +\rho_2 \frac{4}{3}\pi(R^3-r^3)}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\rho_1 r^3+\rho_2(R^3-r^3)}{R^3}$ =5010 кг/м$^3$.

Ответ: 5010 кг/м$^3$

4. Два друга решили проверить, будет ли время движения разным, если менять скорости различными способами. Они решили ехать на мотоциклах от одного посёлка до другого, расстояние между которыми *100 км*. Вдоль дороги расположено много населённых пунктов, поэтому скорости выбрали небольшими. Первый половину пути ехал со скоростью $V_1$*=60км/час*, а вторую половину со скоростью $V_2$*=40км/час*. Второй половину времени ехал со скоростью $V_1$*=60км/час,* а вторую половину времени со скоростью $V_2$*=40км/час.* А)Кто раньше прибыл на финиш? Б) Какое расстояние было между мотоциклистами, когда один из них достиг финиша?

Решение

Для первого : $t_1 = \frac{S}{2V_1} + \frac{S}{2V_2} = \frac{S(V_1+V_2)}{2V_1\, V_2} = 125мин$ .

Для второго S= $V_1\frac{t_1}{2} + V_2\frac{t_2}{2}$; тогда время $t_2 = \frac{2S}{V_1+V_2} = 2час = 120мин.$

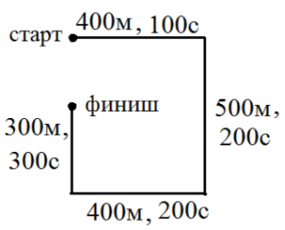
Таким образом, второй придёт раньше на *5 минут*.

Первый отстанет на $\Delta S = V_2\Delta t = 40 \cdot \frac{1}{12} = 3{,}33км.$

Ответ: 5 мин, 3,33 км

5. Михаил вышел на прогулку. Первые *100секунд* он двигался на восток со скоростью $V_1$*=4м/с*, затем повернул на юг и прошёл 500м со скоростью $V_2$*=2,5м/с* , на следующем участке он повернул на запад и шёл 200 секунд со скоростью $V_3$*=2м/с* и на последнем участке *5 минут* шёл не спеша на север со скоростью $V_4$*=1м/с* . А) Определите среднюю скорость Михаила. Б) На каком расстоянии от финиша находится место старта?

Решение




Путь на первом участке $S_1 = V_1 t_1 = 400м.$

Время на втором участке $t_2 = \frac{S_2}{V_2} = 200с.$

Путь на третьем участке $S_3 = V_3 t_3 = 400м,$ а на четвёртом $S_4 = V_4 t_4 = 300м.$

Средняя скорость V= $\frac{S_1+S_2+S_3+S_4}{t_1+t_2+t_3+t_4} = \frac{400+500+200+300}{100+200+200+300} = 2 м/с.$

Из рисунка видно, что от финиша до старта расстояние 200м/

Ответ: *V=2 м/с, 200 м*

**Вариант 2**

1. Два велосипедиста выехали из одного пункта, в одном направлении, с одинаковыми скоростями $V = 30$ *км/ч* с интервалом $t = 8$ *мин*. Навстречу им движется мотоциклист со скоростью $U = 130$ *км/ч.* Через какое время после встречи с первым велосипедистом произойдёт встреча мотоциклиста со вторым велосипедистом?

Решение

Расстояние между двумя велосипедистами $\Delta x = Vt$. Мотоциклист проезжает это расстояние за время $t_1 = \frac{\Delta x}{V+U} = \frac{Vt}{V+U} = \frac{30 \cdot 8}{160} = 1{,}5$ мин.

Ответ:1,5 мин

2. Катер доставляет туристов по реке от пристани А до пристани В и после экскурсии возвращает их на пристань А. Дорога от А до В заняла $t_1 = 2$ *ч*, а обратно $t_2 = 6$ *ч*. При посадке в пункте А турист уронил в воду шляпу. Через какое время после прибытия в пункт В турист сможет выловить свою шляпу?

Решение

Скорость катера обозначим $V$, а скорость реки – $U$.

Тогда при движении вниз по реке путь $S = (V+U)\ t_1$, а вверх по реке $S = (V - U)\ t_2$.

Приравниваем правые части и получаем $\frac{(V+U)}{(V-U)} = \frac{t_2}{t_1} = 3$. Тогда $V = 2U$.

Шляпа будет плыть со скоростью, равной скорости реки.

Из первого уравнения $S = (2U+U)\ t_1 = U\ t_3$. Отсюда $t_3 = 3t_1 = 6$ *час.*

Ответ: 6 часов

3.Чтобы решить, кто лучший гребец, два друга на одинаковых лодках одновременно отправились из одной точки вдоль реки. Река была узкой и чтобы не мешать друг другу, они двигались в противоположных направлениях. Спустя $t = 10$ *минут* оба развернулись. В исходную точку, где их ждал третий друг, один из них вернулся через $t_1 = 6$ *мин* после разворота, а другой через $t_2 = 20$ *мин.* Кто из них двигался бы быстрее в стоячей воде и во сколько раз?

Решение

Скорость одного мальчика обозначим $V_1$, второго $V_2$, а скорость реки – $U$.

Судя по затраченному времени, первый поплыл вверх по реке, а второй по течению.

Путь первого $S_1 = (V_1 - U)\ t = (V_1 + U)\ t_1$. (1)

Путь второго $S_2 = (V_2 + U)\ t = (V_2 - U)\ t_2$. (2)

Из (1) получаем $\frac{V_1 - U}{V_1 + U} = \frac{t_1}{t} = \frac{6}{10}$. Отсюда получаем $V_1 = 4U$.

Из (2) получаем $\frac{V_2+U}{V_2-U}=\frac{t_2}{t}=\frac{20}{10}=2$. Отсюда получаем $V_2$= 3U

Ответ: первый, в 4/3 раза

4.На покраску деревянного куба со стороной *a = 5 см* маленькой кисточкой у Володи уходит *40 секунд*. Такой же куб распиливают на кубики со стороной *b = 1 см*.

А) Сколько времени затратит Володя, чтобы покрасить эти кубики той же кисточкой?

Б) Если *25 кубиков* заменить на латунные, а затем все кубики склеить, то чему будет равна средняя плотность куба? Слой клея считать бесконечно тонким, а его масса значительно меньше массы куба. Плотность дерева $\rho_1 = 500$ *кг/м*$^3$, плотность латуни $\rho_2 = 850$ *кг/м*$^3$.

Решение

А) Куб имеет 6 граней, площадь каждой равна $a^2$.

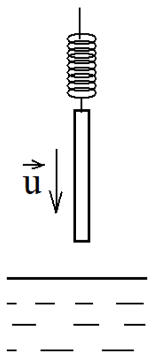
Тогда площадь поверхности большого куба $S_б = 6a^2 = 25\cdot 6 = 150$ *см*$^2$.

Если этот куб разрезать на маленькие с ребром 1 см, то получится 125 кубиков. Их общая площадь поверхности $S_м = 125\cdot 6\, b^2 = 125\cdot 6\cdot 1 = 750$см$^2$.

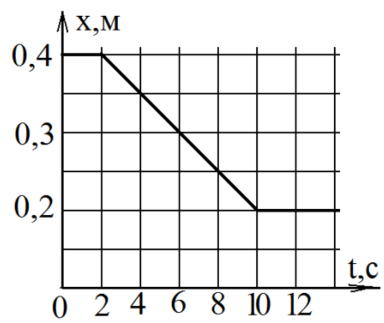
Таким образом, площадь получилась в 5 раз больше, следовательно, время потратится в 5 раз больше, т.е. $t_2 = 5\cdot 40 = 200c$

Б) Средняя плотность $\rho=\frac{m_1V_{1+m_2V_2}}{V}=\frac{\rho_1 100b^3+\rho_2 25b^3}{125b^3}=\frac{\rho_1 4+\rho_2}{5}=570$ кг/м$^3$

Ответ: 200 с, 570 кг/м$^3$




5.Над поверхностью водоёма на пружине подвешена свая с квадратным сечением *S* = (10x10)*см* длины *L*. Её начинают медленно со скоростью *u = 0,1м /с* опускать и каждую секунду фиксируют удлинение пружины x. Результаты измерений представлены на графике. По этим данным определите а) жёсткость пружины б) плотность сваи $\rho_1$ = *2000 кг/м*$^3$, плотность воды $\rho_1$ = *100кг/м*$^3$.




Решение

Из графика следует, что первые *2 секунды* свая опускалась в воздухе, а через *10 секунд* полностью погрузилась в воду. Если время погружения 8 секунд, то длина сваи *L = 80 см.*

Пока свая находится в воздухе силы тяжести и упругости пружины уравновешены, то есть

$mg = kx_1$, (1) где k – жёсткость пружины, $x_1$=0,4 м – деформация пружины.

Когда свая полностью погрузилась в воду $mg - F_{Ap} = kx_2$, (2) где $x_2$ = 0,2м, сила Архимеда $F_{Ap}= \rho_1 gV= \rho_1 gSL$.

Из (1) и (2) получаем $k(x_1 - x_2) = F_{Ap} = \rho_1 gSL$.

Тогда жёсткость пружины $k = \frac{\rho_1 gSL}{(x1 - x2)} = 400H/\text{м}$

Из (1) $\rho_2 gV = kx_1$. Отсюда плотность сваи $\rho_2 = \frac{kx_1}{Vg} = 2000\text{кг/м}^3$.

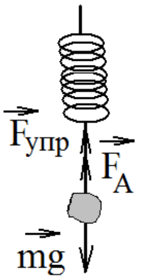
Ответ:400Н/м; $\rho_2 = 2000$ *кг/м*$^3$,

# 8 класс

**Вариант 1**

1. Ученик на уроке физики проводил опыт. Он подвесил металлическую гирьку массой 160г на пружину и опускал её в 2 сосуда с разными жидкостями так, чтобы груз был погружён в жидкость целиком. При опускании в первый сосуд длина пружины изменилась на $x_1$=*6см*, а при опускании во второй на $x_2$=*8см* . Плотность первой жидкости $\rho_1$=*1400кг/м³*, а второй $\rho_2$=*800кг/м³*. Определите жёсткость пружины.

Решение




В данном опыте на тело действуют сила тяжести $mg = \rho_m gV$, сила упругости $F = kx$ и сила Архимеда $F_A$=$\rho_ж gV$. С учётом направлений этих сил: mg – $F_A$ – k x = 0. Обозначим плотность тела ρ.

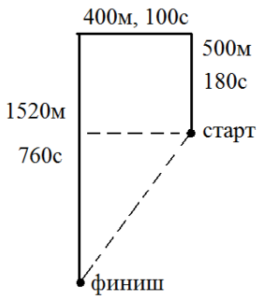
Запишем для каждой жидкости: $\begin{cases} mg - kx_1 - \rho_1 gV = 0, \\ mg - kx_2 - \rho_2 gV = 0, \end{cases}$ тогда $\frac{mg-kx_1}{mg-kx_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{7}{4}$.

Из последнего выражения определяем жёсткость пружины $k = \frac{3mg}{7x_2-4x_1}$=15Н/м

Ответ: 15 Н/м

2. Спортсмен на тренировке пробежал *500 м* на север за *3 мин*, затем повернул на восток и пробежал *400м* со скоростью *4м/с*, затем повернул на юг и бежал *6минут 400 секунд* со скоростью *2м/с* . А) Определите среднюю скорость спортсмена. Б) Сколько времени затратил бегун на возвращения к старту, если бежал напрямик со средней скоростью?

Решение




Изобразим путь спортсмена на чертеже.

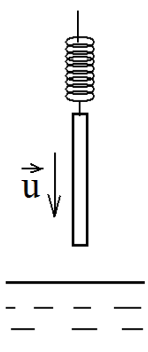
Время на первом участке $t_1 = 180c$, на втором $t_2 = \frac{S_2}{V_2} = 100c$.

Время, затраченное на третий участок 760с, путь $S_3 = V_3 t_3 = 1520c$.

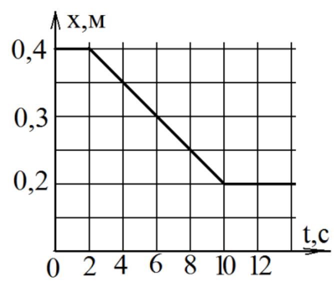
Средняя скорость V= $\frac{S_1+S_2+S_3}{t_1+t_2+t_3} = \frac{500+400+1520}{180+100+760} = 2{,}3$ м/с .

Расстояние от финиша до старта найдём из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора $S = \sqrt{1020^2 + 400^2} = 1096$м

Тогда время $t = \frac{S}{V} = 476c = 7{,}9$мин. Ответ: 2,3 м/с; 7,9 мин




3. Над поверхностью водоёма на пружине подвешена свая с квадратным сечением $S$ длины L. Её начинают медленно со скоростью *u = 0,1 м /с* опускать и каждую секунду фиксируют удлинение пружины x. Результаты измерений представлены на графике. По этим данным определите площадь сечения сваи. Жёсткость пружины k = 400 Н/м. Плотность сваи $\rho_1$ = *3000 кг/м³*, плотность воды $\rho_2$ = *1000 кг/м³*.



Решение

Из графика следует, что первые *2 секунды* свая опускалась в воздухе, а через *10 секунд* полностью погрузилась в воду. Если время погружения 8 секунд, то длина сваи $L = 80$ *см.*

Пока свая находится в воздухе силы тяжести и упругости пружины уравновешены, то есть

$mg = kx_1$, (1) где k – жёсткость пружины, $x_1 = 0{,}4$ м – деформация пружины.

Когда свая полностью погрузилась в воду $mg - F_{Ap} - kx_2 = 0$, (2) где $x_2 = 0{,}2$м, сила Архимеда $F_{Ap} = \rho_2 gV = \rho_2 gSL$. (3)

Подставляя (3) в (2) получаем $\rho_1 gV - \rho_2 gV = kx_2$, или $SLg(\rho_1 - \rho_2) = kx_2$.

Площадь сечения сваи $S = \frac{kx_2.}{Lg(\rho_1 - \rho_2)} = 5 \cdot 10^{-3}\text{м}^2$ .

Ответ: $5 \cdot 10^{-3}\text{м}^2$=50 см$^2$

4. Кит, находящийся на глубине $H = 200$*м*, выпустил пузыри воздуха. Во сколько раз увеличится радиус пузырей на глубине h = 16,25 м? Температуру воды считать одинаковой по всей глубине. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$*Па.*

Решение

Пусть на глубине $h$ радиус пузырька увеличится в N раз, то есть станет $R = Nr$. Следовательно, объём пузырька увеличится в $N^3$ раз, а давление уменьшится в $N^3$ раз, т.е.

$P_1 = N^3 P_2$. $\rho gH + P_0 = N^3(\rho gh + P_0)$ . Отсюда $N^3 = \frac{\rho gH + P_0}{\rho gh + P_0} = 8$. Следовательно, N = 2.

Радиус пузырей увеличится в 2 раза.

Ответ: в 2 раза

5. В открытый сосуд налили воду и включили нагреватель. Спустя $\tau_1 = 40$ *минут* после начала кипения в сосуд добавили воду, масса которой равна массе выкипевшей за это время воды. Через $\tau_2 = 4$ *минуты* вода снова закипела. А)Какова была первоначальная температура добавленной воды? Б) Через сколько минут выкипит такая же масса воды как в первом случае если спустя $\tau_1$ добавить не воду, а тающий лёд масса которого равна массе выкипевшей за *40 мин* воды?

Удельная теплоёмкость воды $c = 4200$*Дж/(кг·°С)*, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$*Дж/кг*, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$*Дж/кг.*

Решение

Мощность нагревателя обозначим $P$, масса выкипевшей воды $m$. Тогда

А) $P\tau_1 = m\,r$. (1) $P\tau_2 = m\,c(t - t_0)$ (2)

Разделив (1) на (2) получаем $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{r}{c(t - t_0)}$ и находим начальную температуру

$t_0 = t - \frac{r\,\tau_2}{c\,\tau_1} = 45^\circ\text{C}.$

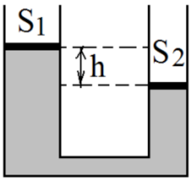
где $t=100^oC$ –температура кипения воды.

Б) Если добавить лёд, то после его плавления вода будет иметь температуру $0^oC$ и тогда $P\tau_3 = m\,\text{c}(t-0) + m\lambda + mr.$ (3)

Делим (3) на (1) и выражаем $\tau_3 = \tau_1 \frac{\lambda + \text{c}(t-0) + r}{r} = 53$ мин

Ответ: А) 59° Б) 53 мин

**Вариант 2**




1. В двух сообщающихся сосудах налита вода. Сосуды имеют площади $S_1=2S$ и $S_2=S$. Масса поршней на поверхностях воды в сосудах различна. В начальный момент разность уровней в сосудах равна $h$. Если на первый поршень налить слой масла, то поршни окажутся на одном уровне. Если масло перелить на второй поршень, то разность уровней будет $H = 15см$. Определите начальную разность уровней $h$.

Решение

Для исходного состояния из условия равенства давлений: $\frac{m_1 g}{S_1} + \rho g h = \frac{m_2 g}{S_2}$, где $m_1$ и $m_2$ массы левого и правого поршней, ρ - плотность воды. Тогда $\rho g h = \frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_1 g}{S_1}$

Пусть масса налитого масла равна $m_3$. Тогда для второго случая $\frac{m_1 g}{S_1} + \frac{m_3 g}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2}$; $\rho g h = \frac{m_3 g}{S_1}$

Если масло налить на правый поршень, то $\frac{m_1 g}{S_1} + \rho g H = \frac{m_3 g}{S_2} + \frac{m_2 g}{S_2}$.

Из этих уравнений получаем $\rho g H = \rho g h + \rho g S_1/S_2$.

Разность уровней в начальный момент $h = \frac{H S_2}{S_1 + S_2} = 5$ см.

Ответ: 5 см

2. Кит, находящийся на глубине $H = 160м$, выпустил пузыри воздуха. На какой глубине радиус пузырей увеличится вдвое? Температуру воды считать одинаковой по всей глубине. Атмосферное давление $P_0 = 10^5 Па$. Ускорение свободного падения $g = 10м/с^2$.

Решение

Пусть на глубине $h$ радиус пузырька увеличится в два раза, то есть станет $R= 2r$. Следовательно, объём пузырька увеличится в 8 раз, а давление уменьшится в 8 раз, т.е. $P_1 = 8P_2$.

$\rho g H + P_0 = 8\rho g h + 8P_0$. Отсюда $h = \frac{\rho g H - 7P_0}{8\rho g} = 11{,}25$м.

Ответ: 11,25 м

3. В открытый сосуд налили воду и включили нагреватель. Спустя $\tau_1$ = *40 минут* после начала кипения в сосуд добавили воду, масса которой равна массе выкипившей за это время воды. Через $\tau_2$ = *3 минуты* вода снова закипела. А)Какова была первоначальная температура добавленной воды? Б) Через сколько минут закипит содержимое сосуда если добавить не воду, а лёд масса которого равна массе выкипившей за *40 мин* воды?

Удельная теплоёмкость воды *c = 4200Дж/(кг*$\cdot$*˚С),* удельная теплота парообразования воды *r =2,3*$\cdot$*10*$^6$*Дж/кг*, удельная теплота плавления льда $\lambda$ *= 3,3*$\cdot$*10*$^5$*Дж/кг.*

Решение

Мощность нагревателя обозначим $P$, масса выкипившей воды $m$. Тогда

А) $P\tau_1 = m\,r.$ (1) $P\tau_2 = m\,\mathrm{c}(t - t_0)$ (2)

Разделив (1) на (2) получаем $\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{r}{\mathrm{c}(t-t_0)}$ и находим начальную температуру $t_0 = t - \frac{r\,\tau_2}{c\,\tau_1}$,

где *t=100*$^o$*С* –температура кипения воды. Получаем $t_0$*=59*$^o$*С.*

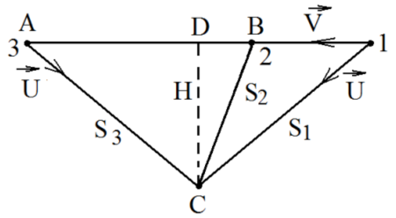
Б) Если добавить лёд, то после его плавления вода будет иметь температуру *0*$^o$*С* и тогда $P\tau_3 = m\,\mathrm{c}(t-0) + m\lambda.$ (3)

Делим (3) на (1) и выражаем $\tau_3 = \tau_1 \frac{\lambda + \mathrm{c}(t-0)}{r} = 13$ мин

Ответ: А) 59$^o$ Б) 13,04 мин

4. Володя скучал, сидя у окна, так как на улице была гроза. Квартира находилась на верхнем этаже, и видно было далеко. Он стал наблюдать за движением грозовой тучи. Увидев молнию, Володя засёк время и обнаружил, что гром услышал только через $T_1$*= 10с*. Через $t_1$*= 3 мин* после первой вспышки молнии он зафиксировал вторую и на этот раз услышал гром спустя $T_2$ *=2,5с.* Через $t_2$ *=4 мин* после второй Володя зафиксировал третью вспышку и услышал гром через $T_3$*=10с* после вспышки. Определите по этим данным скорость движения тучи. Скорость звука в воздухе принять *320 м/с.*

Решение




Так как времена $T_1$*= 10с* и $T_3$*=10с*, то точки 1 и 3 находятся на одинаковом расстоянии от Володи. Изобразим ситуацию на рисунке. Опустим перпендикуляр из точки С (в которой находится наблюдатель) на линию перемещения тучи.

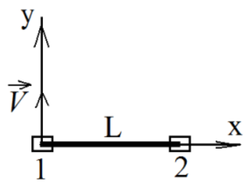
Выразим расстояние H из ΔADC и ΔDBC $\begin{cases} H^2 = S_3^2 - AD^2 \\ H^2 = S_2^2 - DB^2 \end{cases}$ (1)

Обозначим скорость тучи V, а скорость звука U.

Тогда $S_3 = UT_3$, а $S_2 = UT_2, AD = V\frac{t_1+t_2}{2}$, $DB = V\frac{t_1-t_2}{2}$. (2)

В системе уравнений (1) приравниваем правые части и с учётом (2) выражаем скорость тучи $V = U \cdot \sqrt{\frac{T_3^2 - T_2^2}{t_1 t_2}}$ = 14,9$м/с$.

Ответ: 14,9 м/с




5. Два стержня соединены под прямым углом. Тело 1 и 2 соединены шарнирно стержнем длины $L$=*20 см*. Первое тело начинает подниматься со скоростью *V = 2 см/с*. Найти координаты первого и второго тела спустя *3 с* от начала движения.

Решение

Координата по оси $y$ = $Vt$ = *6см*.

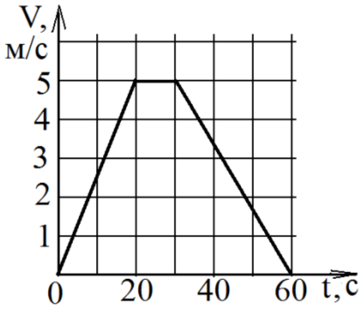
Так как тела соединяются жёстким стержнем, то по теореме Пифагора $x^2 + y^2 = L^2$.

Следовательно, координата по $x = \sqrt{L^2 - y^2}$=19,1 *см.*

Ответ: x =19,1 см , y =6 см

## 9 класс

**Вариант 1**




1. Мальчик играл с радиоуправляемой машинкой, заставляя её двигаться по прямой, но с разными скоростями. Старшему брату было скучно наблюдать за этим занятием и он решил вычислить скорости и построить график зависимости скорости машинки от времени. Сила сопротивления на всём пути была одинаковой, на третьем участке двигатель был выключен. Определите по приведённым данным силу тяги на первом участке и путь, пройденный за *60 секунд*. Масса машинки *m = 300г.*

Решение

Запишем IIзакон Ньютона ($F_c -$ сила сопротивления, $F_T -$ сила тяги)

для первого участка: $F_{T1}$- $F_c = ma_1$, (1) из графика $a_1 = \frac{\Delta v_1}{\Delta t_1} = \frac{5}{20} = 0{,}25 \text{м/с}^2$.

для третьего: $F_c = ma_2$, где $a_2 = \frac{\Delta v_2}{\Delta t_2} = \frac{5}{30}$ м/с$^2$.

Подставляем силу сопротивления в (1) и получаем силу тяги на первом участке
$F_{T1}$= $m(a_1 + a_2) = 0{,}3\left(\frac{5}{20} + \frac{5}{30}\right) = 0{,}125H.$

Путь находим по графику $S = \frac{60+10}{2}\,5 = 175\text{м}$

Ответ: 0,125 Н; 175 м

2. На цилиндрический каркас диаметром *D* намотано N =*100 витков* никелиновой проволоки. На получившуюся катушку подано напряжение *U = 12,56 В*, а плотность тока в проволоке оказалась равной *j = 2 А/мм*$^2$. Определите диаметр цилиндра. Удельное сопротивление никелина *ρ = 0,4·10*$^{-6}$*Ом·м.* а) Определите диаметр цилиндра. б) Определите радиус проволоки, если этот нагреватель за *τ = 10 минут* нагревает *1 литр* воды от *20*$^o$*С* до кипения. Удельная теплоёмкость воды *с = 4,2 кДж/кг·К*. Потери тепла не учитывать.

Решение

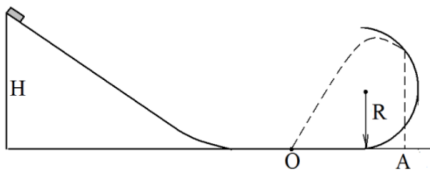
А)Сила тока $I = jS$ , а по закону Ома $I = \frac{U}{R} = \frac{US}{\rho L}$, где L – длина проволоки, S - площадь поперечного сечения проволоки. Длина $L = \pi DN$, где $D$ – диаметр каркаса. Из этих выражений получаем $j = \frac{U}{\rho\pi DN}$ и выражаем $D = \frac{U}{\rho\pi jN} = 5\text{см}$

Б) Количество теплоты $Q = \frac{U^2\tau}{R} = \frac{U^2\tau\, S}{\rho L} = \frac{U^2\tau\, \pi r^2}{\rho\pi DN} = \frac{U^2\tau\, r^2}{\rho DN} = cm\Delta t.$

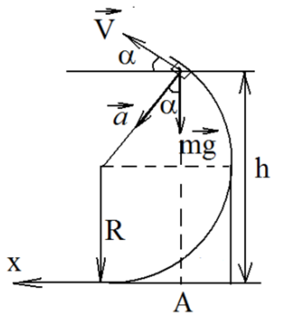
Тогда радиус проволоки $r = \sqrt{\frac{cm\Delta t\rho DN}{U^2\tau}} = 2{,}7$ мм

Ответ: а) 5 см   б)2,7 мм

3. Гимнаст на роликах скатывается без начальной скорости с горки высотой $H$ и, проехав некоторое расстояние по горизонтали, поднимается по дуге окружности радиуса $R$. В некоторой точке он отрывается от опоры, переворачивается, и приземляется в точке О. Определите расстояние ОА. Трением при движении и сопротивлением воздуха пренебречь. Радиус полуокружности $R = 6$ *м*, высота $H = 1,9R$. Ускорение свободного падения $g = 10 м/с^2$.




Решение




Так как трением можно пренебречь, приравняем механическую энергию в исходной точке и точке отрыва

$$mgH = \frac{mV^2}{2} + mgh \qquad (1).$$

Высота, на которой произошёл отрыв $h = R + Rcos\alpha$.   (2)

В момент отрыва сила реакции опоры N = 0, тогда $mgcos\alpha = m\frac{V^2}{R}$, т.е $V^2 = Rgcos\alpha$.   (3).

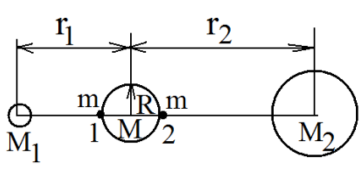
Подставляем (2) и (3) в уравнение (1)   $mg1,9R = \frac{mRgcos\alpha}{2} + mgR(1 + cos\alpha)$ и получаем 3,8=$2+3cos\alpha$, т.е. $cos\alpha = 0,6$, следовательно, $sin\alpha = 0,8$.

Из (3) находим скорость при отрыве $V = 6$ *м*/с, из (2)   $h=9,6$ *м*.

Конечная координата по оси У равна нулю,   $0 = h + Vsin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$, подставляя в это уравнение скорость и высоту и решая квадратное уравнение находим время $t = 2,646 с$.

Находим координату $x = Vcos\alpha\, t = 9,52$ *м*.

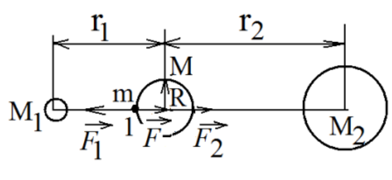
Ответ: *9,52 м*




4. Три планеты однажды оказались на одной прямой как изображено на рисунке. На поверхности средней в двух точках находятся два тела одинаковой массы $m$ = *4 тонны.* В какой точке (1 или 2) вес этого тела больше и на сколько?

Расстояния $r_1=3R$, $r_2=5R$. Массы планет $M_1=M/2$, $M_2=3M$.

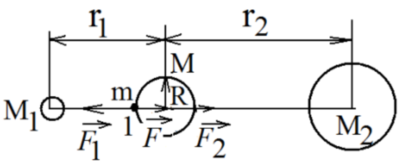
Решение




Направление сил, действующих на тело в точке 1, указано на рисунке. Используя закон Всемирного тяготения и учитывая направления сил, получаем

$$P_1 = -\frac{GM_1m}{(r_1-R)^2} + \frac{GMm}{R^2} + \frac{GM_2m}{(r_2+R)^2} = \frac{23}{24}\frac{GMm}{R^2}.$$

Для точки 2, с учётом указанных направлений, получаем




$P_2 = \frac{GM_1 m}{(r_1+R)^2} + \frac{GMm}{R^2} - \frac{GM_2 m}{(r_2-R)^2} = \frac{27}{32}\frac{GMm}{R^2}$. Тогда

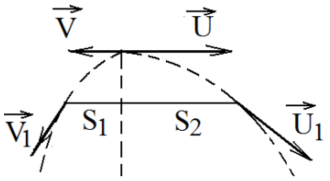
$P_1 - P_2 = \frac{23}{24}\frac{GMm}{R^2}$ - $\frac{27}{32}\frac{GMm}{R^2} = \frac{11}{96}\frac{GMm}{R^2} = 0{,}114\frac{GMm}{R^2}$.

Отношение $\frac{\text{P}_1}{\text{P}_2} = 1{,}14$

Ответ: в т. 1 больше на $0{,}114\frac{GMm}{R^2}$.

5. Из ракетницы вертикально вверх производится выстрел. Снаряд массой *m*, вылетевший со скоростью *200м/с* в верхней точке траектории разрывается на 2 осколка, которые разлетаются в горизонтальном направлении со скоростями *V= 3м/с* и *U=12м/с*. Определите расстояние между осколками в момент, когда их скорости будут перпендикулярны друг другу. Силой сопротивления воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g$ *= 10 м/с$^2$*.

Решение



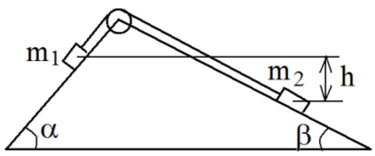

Так как осколки снаряда разлетаются в горизонтальном направлении, то в любой момент времени вертикальные составляющие скорости одинаковы $V_y = g\, t$ и расстояние, который каждый осколок пролетит по вертикали одинаковые расстояния. Таким образом, осколки в любой момент времени находятся на одной горизонтали. Разложим скорости на составляющие по координатным осям и совместим их. Так как ускорение по горизонтали равно нулю, то горизонтальные составляющие скорости не изменяются.

Из подобия треугольников можно записать $\frac{V}{gt} = \frac{gt}{U}$, тогда время $t = \frac{\sqrt{VU}}{g} = 0{,}6c$.

Расстояние между осколками $S = S_1 + S_2 = (V+U)\frac{\sqrt{VU}}{g} = 9$м.

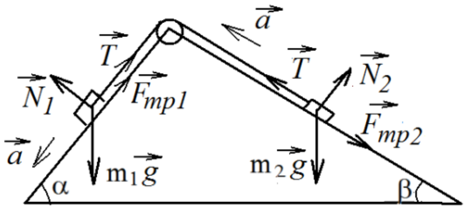
Ответ: 9 м

## Вариант 2




1. На вершине неподвижного клина закреплён невесомый блок через который перекинута нерастяжимая нить с двумя грузами $m_1$ *= 1,0 кг*, $m_2$ *= 0,5кг*. Углы $\alpha = 53^\circ$, $\beta = 37^\circ$. Первый груз находится на величину $h$ *= 90 см* выше второго. Через какое время после начала движения грузы окажутся на одной горизонтали? Коэффициент трения скольжения между грузами и поверхностью клина $\mu = 0.2$ . Ускорение свободного падения $g$ *= 10м/с$^2$* , sin$53^\circ$= 0,8, sin$37^\circ$ = 0,6.

Решение




Расставим силы, действующие на грузы, и используем II закон Ньютона. Для 1-го груза проекции на

$OY: N - m_1 g\cos\alpha = 0 \Rightarrow F_{mp.1} = \mu m_1 g\cos\alpha$

OX: $m_1 g\sin\alpha - T - F_{mp.1} = m_1 a$;

$m_1 g\sin\alpha - T - \mu m_1 g\cos\alpha = m_1 a$ (1)

Для 2-го груза $OY: N - m_2 g\cos\beta = 0 \Rightarrow F_{mp.2} = \mu m_2 g\cos\beta$

OX: $T - F_{mp} - m_2 g sin\alpha = m_2 a$; $T - \mu m_2 g cos\beta - m_2 g sin\beta = m_2 a$ (2)

Суммируя уравнения (1) и (2) избавляемся от силы натяжения нити Т и получаем ускорение *а = 2м/с²*.

Оба груза прошли одинаковые пути $S = \frac{at^2}{2}$. Тогда $h$ = Ssinα +Ssinβ = $\frac{at^2}{2}$ (sinα + sinβ).

Из последнего уравнения находим время $t = \sqrt{\frac{2h}{a(\sin\alpha + \sin\beta)}}$ = 0,8с

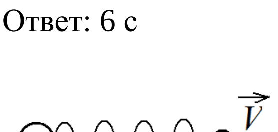
Ответ: 0,8 с

2. С горизонтально летящего на высоте *H = 500 м* со скоростью *V = 200 км/ч* вертолёта сбрасывают без толчка с интервалом *4 секунды* два груза. Через какое время с момента падения первого груза расстояние между грузами станет равно *160 м*? Ускорение свободного падения *g = 10 м/с²*.

Решение

Горизонтальная составляющая скорости у первого и второго грузов одинакова и равна скорости вертолёта. Оба груза находятся в любой момент времени на однойвертикали. Поэтому надо учитывать только вертикальную составляющую. Начальная скорость по вертикали равна нулю, тогда расстояние между грузами равно разности координат по оси ОУ: $S = \frac{gt^2}{2} - \frac{g(t-\tau)^2}{2}$, $\frac{2S}{g} = 2t\tau - \tau^2$, $t = \frac{1}{2\tau}\left(\frac{2S}{g} + \tau^2\right) = \frac{1}{8}\left(\frac{2\cdot 160}{10} + 16\right) = 6c$

Ответ: 6 с




3. Два шарика массами $m_1 = m$ *=100г* и $m_2 = 4m$ соединили лёгкой пружиной длины *20 см*. Концы пружины связали нитью длиной *10 см*. Эта система движется с постоянной скоростью *V=1 м/с.* После пережигания нити скорость малого шарика увеличивается в 9 раз. Найти жёсткость пружины.

Решение

По закону сохранения импульса $5mV = m9V + 4mU$, где $U$ – скорость большего шарика после пережигания нити. Тогда $U = -V$ = *-1м/с,* т.е. большой шар будет двигаться в обратную сторону.

Используем закон сохранения энергии для нахождения жёсткости пружины

$$\frac{kx^2}{2} + \frac{5mV^2}{2} = \frac{m(9V)^2}{2} + \frac{4mV^2}{2} \Rightarrow kx^2 = 80mV^2 \Rightarrow k = \frac{80mV^2}{x^2} = \frac{80 \cdot 0{,}1 \cdot 1}{0{,}1^2} = 800 H/м$$

Ответ: 800 Н/м

4. На изготовление кипятильника было использовано *20 см$^3$* нихромовой проволоки. Сколько льда, находящегося при *0$^o$C* будет плавиться ежеминутно, если плотность тока в проволоке *j = 2 А/мм$^2$*. Коэффициент полезного действия кипятильника η = 80%. Удельное сопротивление нихрома *ρ = 1,1·10$^{-6}$Ом·м,* удельная теплота плавления льда *λ = 330 кДж/кг.*

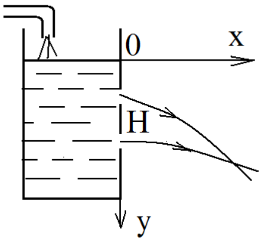
Решение

По закону Джоуля-Ленца количество тепла выделяющегося в проволоке

$Q = I^2Rt = (j \cdot S)^2 \frac{\rho L}{S} t = j^2 \rho S L t = j^2 \rho V t.$ На плавление тратится 80% от него.

$$0{,}8 j^2 \rho V t = \lambda m \quad \Rightarrow \quad m = \frac{0{,}8 j^2 \rho V t}{\lambda} = \frac{0{,}8 \cdot 4 \cdot 10^{12} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 60}{330 \cdot 10^3} = 12{,}8 \cdot 10^{-3} кг$$

Ответ: 12,8 г




5. В стенке бочки с водой просверлены одно над другим 2 отверстия одинаковой площади *S = 0,1 см$^2$*. В бочку ежесекундно вливается *70 см$^3$* воды. Найти координаты точки пересечения вытекающих из отверстия струй. При каком условии точка пересечения вытекающих из отверстия струй воды будет оставаться неподвижной? Найти координаты этой точки в предложенных на рисунке осях. Расстояние между отверстиями *H = 50 см.*

Ответ: x=1,2 м; y=1,3 м

Решение

Чтобы точка пересечения струй была неподвижной, необходимо чтобы h высота от первого отверстия до поверхности вода оставалась неизменной, т.е. объём поступающей воды был равен объёму вытекающей (в единицу времени).

$V = Sv_1 t + Sv_2 t$ .  (1)

Скорость струи вытекающей из верхнего отверстия $v_1 = \sqrt{2gh}$, из нижнего $v_2 = \sqrt{2g(\mathrm{H} + h)}$ . (2)

Используя уравнения (1) и (2) получаем *h = 0,388м.*

Координата точки пересечения струй: $x = v_1 t_1 = v_2 t_2.$ (3) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{H+h}{h}} = 1{,}51.$

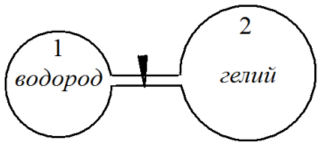
$y = h + \frac{g t_1^2}{2} = H + h + \frac{g t_2^2}{2}.$ (4) Подставляя в это уравнение $t_1 = 1{,}51 t_2,$ получаем $t_2 = 0{,}278c,$ $t_1 = 0{,}42c.$

Координата по оси $x = \sqrt{2gh}\, t_1 = 1{,}17$м. Координата по оси $y = h + \frac{g t_1^2}{2} = 1{,}27$м.

Ответ: x=1,17 м; y=1,27м

**10 класс**

**Вариант 1**




1. В двух теплоизолированных сосудах, соединённых краном, находятся разные газы. Параметры состояния первого газа: температура $t_1=127^\circ C$, давление $p_1=8\cdot 10^5 Па$, объём $V_1= 0,5 м^3$; второго - $t_2=27^\circ C$, давление $p_2=12\cdot 10^5 Па$, объём $V_2= 0,8 м^3$. В некоторый момент открывают кран, соединяющий сосуды. А)Определите давление и температуру смеси газов после установления теплового равновесия. Б) Определите, какими станут среднеквадратичные скорости молекул этой смеси. Универсальная газовая постоянная $R=8,31 Дж/(моль\cdot К)$; молярная масса водорода $\mu_1=2$ *г/моль*, гелия - $\mu_2=4$ *г/моль*.

Решение

Запишем уравнения состояния для первого газа $\begin{cases} \nu_1 RT_1 = P_1 V_1 & (1) \\ \nu_1 RT_1 = P_1^1 (V_1 + V_2) & (2) \end{cases}$

Из (2) и (1) находим парциальное давление первого газа в смеси $P_1^1 = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2}$ (3)

Аналогично записываем парциальное давление второго газа в смеси $P_2^1 = \frac{P_2 V_2}{V_1 + V_2}$ (4)

Тогда давление смеси газов $P = P_1^1 + P_2^1 = \frac{P_1 V_1 + P_2 V_2}{V_1 + V_2}$ *=10,5·10⁵Па.*

Так как сосуды теплоизолированы, можем приравнять внутренние энергии газов до и после открывания крана (учтём, что водород двухатомный газ, а гелий одноатомный) $\frac{5}{2}\nu_1 RT_1 + \frac{3}{2}\nu_2 RT_2 = \frac{(5\nu_1 + 3\nu_2)RT}{2}$. Тогда температура смеси $T = \frac{5\nu_1 T_1 + 3\nu_2 T_2}{5\nu_1 + 3\nu_2} = 334 К.$

Количество вещества для первого $\nu_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1}$ = 120 моль, для второго $\nu_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} = 385$ моль.

Б) Среднеквадратичная скорость для водорода $u_1 = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_1}}$ = 2040*м/с*.

Среднеквадратичная скорость для гелия $u_2 = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_2}}$ = 1443 *м/с*.

Ответ: $p=10,5\cdot 10^5 Па$; $v_1=2040$ *м/с*; $v_2=1440$ *м/с*

2. Предмет, выпавший из поднимающегося вертикально шара, спустя *5 секунд* после начала подъёма, поднялся на высоту $H=70 м$. А) С каким ускорением поднимался шар? Б) Определите расстояние между шаром и выпавшим предметом в момент, когда предмет находился на максимальной высоте.

Решение

Спустя 5 секунд от начала подъёма шар находился на высоте $h_1 = \frac{at_1^2}{2}$. (1)

При дальнейшем подъёме предмет поднимается на высоту $H = h_1 + v_1 t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$. (2)

Скорость шара через 5 секунд $v_1 = at_1 = gt_2$, (3)

тогда время подъёма груза до верхней точки $t_2 = \frac{at_1}{g}$ . (4)

Подставляем ( 1), (3), (4) в (2) и получаем $H = \frac{at_1^2}{2} + \frac{a^2 t_1^2}{2g}$

Квадратное уравнение удобнее решать в цифровом виде, после подстановки известных величин получаем: $a^2 + 10a - 56 = 0$ и определяем ускорение шара *a = 4 м/с*$^2$.

Из выражения (4) получаем $t_2 = 2c$.

В момент, когда выпавший предмет находился в высшей точке высота, на которой находился шар, равна $h_2 = \frac{a(t_1 + t_2)^2}{2} = 98$*м.*

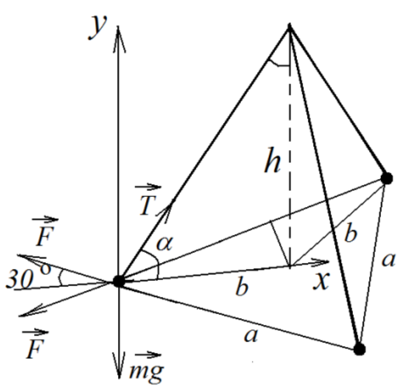
Расстояние между шаром и выпавшим предметом $\Delta h = h_2 - H = 28$*м.*

Ответ: 4 м/с$^2$; 28 м

3.Три одинаковых шарика подвешены на невесомых нерастяжимых нитях одинаковой длины *L = 0,4 м,* закреплённых в одной точке (шарики соприкасаются). Шарикам сообщают заряд *Q =12·10*$^{-8}$ *Кл*, после чего шарики расходятся так, что нити составляют угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Определите массу каждого шарика. Рисунок с указанием сил обязателен.

Ускорение свободного падения *g = 10 м/с*$^2$, коэффициент пропорциональности в законе Кулона *k = 9·10*$^9$ *Н·м*$^2$*/Кл*$^2$.

Решение




Так как шарики одинаковые, то заряд разделится поровну и на каждом шарике будет $q = 4 \cdot 10^{-8}$Кл . Заряды будут расположены в вершинах равностороннего треугольника. Одноимённые заряды отталкиваются, обозначим силы, действующие на один из зарядов и запишем для него условие равновесия $\overrightarrow{mg} + \vec{T} + \vec{F} + \vec{F} = 0$. (1)

Сила взаимодействия зарядов $F = \frac{kq^2}{r^2}$. У нас *r = a*.

Так как *h = L/2*, то $b = \sqrt{L^2 - \frac{L^2}{4}} = \frac{L\sqrt{3}}{2}$ а сторона треугольника $a = 2b\cos 30^\circ = \frac{2L\sqrt{3}}{2}\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3L}{2}$. Тогда сила взаимодействия зарядов $F = \frac{kq^2 4}{9L^2}$. (2)

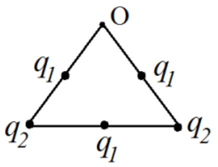
Запишем (1) в проекциях на ОХ: $T\cos\alpha - 2F\cos 30^\circ = 0$

на ОУ: $T\sin\alpha - mg = 0$.

Отсюда $tg\alpha = \frac{mg}{2Fcos30°} = \frac{mg\,9L^2}{2kq^2 4cos30°}$.

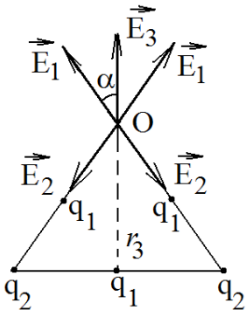
Тогда масса каждого шарика $m = \frac{8kq^2cos30°tg\alpha}{g\,9L^2}$= 4 мг

Ответ: 4 мг




4. Заряды $q_1=10^{-9}$*Кл* и $q_2 = -2\cdot10^{-9}$*Кл* расположены в вершинах и серединах сторон правильного треугольника как указано на рисунке. Напряжённость созданного этими зарядами электрического поля в точке О равна $E = 203$*В/м*. Чему равна сторона треугольника? Коэффициент пропорциональности в законе Кулона $k = 9\cdot10^9$ *Н·м²/Кл²*.

Решение




На рисунке показаны вектора напряжённости полей, созданных каждым зарядом в точке О.

По принципу суперпозиции $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$. (1)

С учётом направлений получаем $E = 2E_1cos\alpha - 2E_2cos\alpha + E_3$. (2)

Заряды точечные, тогда напряжённость $E = \frac{kq}{r^2}$.

$$E_1 = \frac{kq_1}{r_1^2} = \frac{kq_1 4}{a^2}, \quad E_2 = \frac{kq_2}{r_2^2} = \frac{kq_2}{a^2}, \quad E_3 = \frac{kq_1}{r_3^2} = \frac{kq_1 4}{3a^2}, \qquad (3)$$

так как расстояния $r_1 = \frac{a}{2}$, $r_2 = a$, $r_3^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3a^2}{4}$. Угол $\alpha = 30°$.

Подставляем (3) в (2) $E = 2\,cos\alpha\left(\frac{kq_1 4}{a^2} - \frac{kq_2}{a^2}\right) + \frac{kq_1 4}{3a^2} = \frac{k}{a^2}\left[2\,cos\alpha(4q_1 - q_2) + \frac{4q_1}{3}\right]$.

Отсюда сторона треугольника $a = \sqrt{\frac{k}{E}\left[2\,cos\alpha(4q_1 - q_2) + \frac{4q_1}{3}\right]} = 0{,}46$м

Ответ: (1,1 м) 0,46 м

5. Снайпер производит выстрел под углом $\alpha = 53°$. Через какое время он произвёл второй выстрел под углом $\beta = 37°$, если пули столкнулись в воздухе? Скорость вылетающей из винтовки пули $V = 800$ *м/с*. Выстрелы производятся в одной плоскости. (1-33 ирод)

Ускорение свободного падения $g = 10$*м/с²*, sin*53°=0,8; sin37°=0,6.*

Решение


Если пули столкнулись, то $x = Vcos\alpha t_1 = Vcos\beta t_2$. (1)

Найдём связь между этими временами $t_2 = \frac{t_1 cos\alpha}{cos\beta} = \frac{3}{4}t_1$. (2)

Координаты по оси у тоже равны $Vsin\alpha\, t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = Vsin\beta\, t_2 - \frac{gt_2^2}{2}$. (3)

Преобразуя (3) с учётом (2) получаем $V\left(sin\alpha - \frac{3}{4}sin\beta\right) = \frac{7}{32}gt_1$.

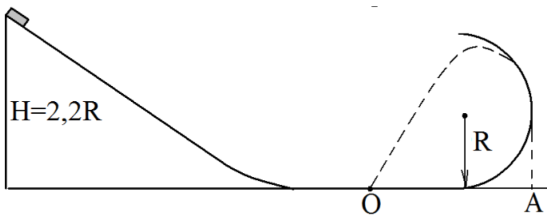
Выражаем $t_1 = \frac{32}{7g}V\left(sin\alpha - \frac{3}{4}sin\beta\right)$ =*128с*, тогда $t_2$ = *96с*.

Следовательно, разница во времени $\Delta t = 32$с.

Стоит отметить, что при выстрелах под такими углами пули сталкиваются у самой поверхности земли.

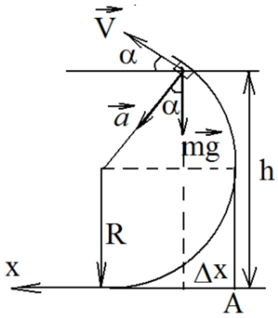
Ответ: 32 с

## Вариант 2




1. Шайбу положили без толчка на гладкую горку. Проехав некоторое расстояние по горизонтали, шайба поднимается по жёлобу, имеющему форму полуокружности, расположенной в вертикальной плоскости. После отрыва от жёлоба шайба падает в точку О. Определите расстояние ОА. Трением при движении по жёлобу и сопротивлением воздуха пренебречь. Радиус полуокружности *R = 2 м*. Ускорение свободного падения $g$ = *10 м/с²*.

Решение




Так как трением можно пренебречь, приравняем механическую энергию в исходной точке и точке отрыва

$$mgH = \frac{mV^2}{2} + mgh \qquad (1).$$

Высота, на которой произошёл отрыв $h = R + Rcos\alpha$. (2)

В момент отрыва сила реакции опоры N = 0, тогда $mgcos\alpha = m\frac{V^2}{R}$, т.е $V^2 = Rgcos\alpha$. (3).

Подставляем (2) и (3) в уравнение (1) $mg2{,}2R = \frac{mRgcos\alpha}{2} + mgR(1 + cos\alpha)$ и получаем *4,4=2+3cosα*, т.е. *cosα = 0,8*, следовательно, *sinα = 0,6*.

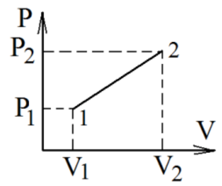
Из (3) находим скорость при отрыве *V = 4м/*с, из (2) *h=3,6м.*

Конечная координата по оси ОУ равна нулю, $0 = h + Vsin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$, подставляя в это уравнение скорость и высоту и решая квадратное уравнение, находим время *t = 1,12с*.

Находим координату *x = Vcosα t =3,58м.*

Расстояние от точки А до точки падения *S = x + Δx = Vcosα t + R(1-sinα) = 4,38м*

Ответ: 4,4 м




2. Два моля одноатомного идеального газа нагревают так, что его температура зависит от давления по следующему закону $T = ap^2$, где $a$– некоторая константа. При увеличении давления от $p_1 = 10^5$ *Па* до $p_2 = 3 \cdot 10^5$ *Па* газ совершил работу $A = 33{,}2$ *кДж*. А) Чему равна константа $a$? Б) Какое количество теплоты получил газ в этом процессе? Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$*Дж/(моль*$\cdot$*К)*

Решение

Запишем уравнение состояния для идеального газа $\nu RT = pV$, подставляем в это уравнение $T = ap^2$ и выражаем объём $V = \nu apR$ .

Для нахождения теплоты воспользуемся I законом термодинамики  $Q = \Delta U + A$.

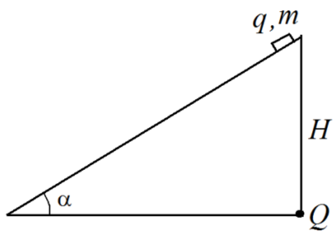
Работу определим графически: $A = \frac{P_1+P_2}{2}\,(V_2 - V_1) = \frac{1}{2}\,\nu\, aR(P_2^2 - P_1^2)$,

тогда $a = \frac{2A}{\nu\, R(P_2^2 - P_1^2)} = 5 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{К}}{\text{Па}^2}$.

Изменение внутренней энергии: $\frac{3}{2}\nu\, R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}\nu\, aR(P_2^2 - P_1^2)$.

$Q = \frac{3}{2}\nu\, aR(P_2^2 - P_1^2) + A = 4A = 132{,}8$*кДж*

Ответ: а) $5 \cdot 10^{-8}$ К/Па$^2$  б) 132,8 кДж



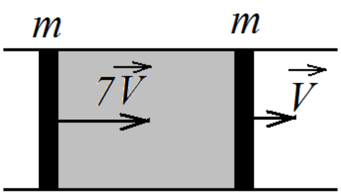

3. Заряженный диск ($q = 5$*нКл*) массой $m = 10$ *г* положили на вершину гладкой наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 37^o$. В вершине прямого угла треугольника закреплён заряд $Q = 6$*мКл*. Определите скорость шайбы у основания наклонной плоскости. Высота $H = 0{,}5$ *м*. Ускорение свободного падения $g = 10$*м/с*$^2$, $\sin 37^\circ = 0{,}6$.

Решение

Так как трение отсутствует, энергия в исходной точке равна энергии в конечной точке. Кроме кинетической и потенциальной энергии в поле тяжести надо учесть и энергию взаимодействия зарядов $\frac{kQq}{r^2}$ , где r – расстояние между зарядами. Учтём, что расстояние между зарядами в начальной точке H, а в конечной точке равно основанию $a = \frac{H}{tg\alpha}$.

Из закона сохранения энергии $mgH + \frac{kQq}{H} = \frac{mV^2}{2} + \frac{kQq\,tg\alpha}{H}$ выражаем скорость $V = \sqrt{\frac{2}{m}\left[mgH + \frac{kQq}{H}(1 - tg\alpha)\right]} = 6{,}08$м/с.

Ответ: 6,08 м/с




4. Между двумя одинаковыми поршнями массой $m = 83$ *г* каждый находящимися внутри гладкой трубы поместили *один моль* водорода при температуре $T_o = 300K$ и толкнули поршни. В некоторый момент времени их скорости были равны $V$ и $7V$ (см.

рисунок). Масса газа мала по сравнению с массой поршней, стенки трубы и поршни изготовлены из теплоизолирующего материала и их теплоёмкостью можно пренебречь. Наружным давлением и массой газа можно пренебречь. В момент, когда скорости поршней сравнялись, температура газа изменилась на *3,6К*. Определить начальную скорость правого поршня.

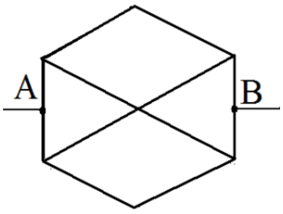
Решение

Из закона сохранения импульса $7mv + mv = 2mu$ найдем скорость $u = 4v$.

Так как водород газ двухатомный, то его внутренняя энергия $U = \frac{5}{2}\nu RT$.

Используем закон сохранения энергии $\frac{mv^2}{2} + \frac{49mv^2}{2} + \frac{5}{2}\nu RT_0 = \frac{2m16v^2}{2} + \frac{5}{2}\nu RT$ для определения начальной скорости $v = \sqrt{\frac{5\nu R\Delta T}{18m}} = 10$м/с.

Ответ: 10 м/с

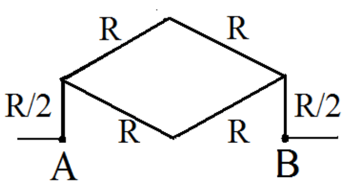



5. Из проволоки с удельным сопротивлением $\rho = 1,2 \cdot 10^{-6}$ $Ом \cdot м$ и площадью сечения $S=0,5мм^2$ изготовлена фигура в форме правильного шестиугольника с двумя диагоналями. Длина одной стороны шестиугольника $L= 10см$. Определить сопротивление между точками А и В получившейся фигуры.

Решение

Сопротивление одной стороны шестиугольника равно $R = \frac{\rho L}{S} = 0,24$ Ом.

Длина половины диагонали равна длине стороны шестиугольника, т.е. их сопротивления одинаковы.




Рассмотрим верхнюю половину схемы. Сопротивление ромба находим как сопротивление параллельного соединения двух проводников сопротивлением *2R*, тогда $R_1 = \frac{2R \cdot 2R}{2R+2R} = R$.

Последовательно ромбу присоединены 2 половинки сторон шестиугольника сопротивлением R/2. Тогда сопротивление всей верхней части $R_2 = R/2 + R + R/2 = 2R$.

Нижняя часть параллельно соединена с верхней и тоже имеет сопротивление *2R*.

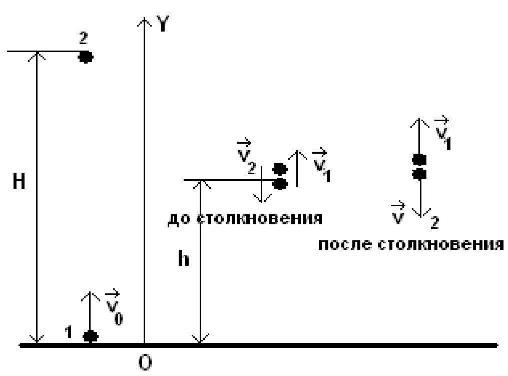
Тогда общее сопротивление равно $R = 0,24$ *Ом*

Ответ: 0,24 Ом

**11 класс**

**(3 варианта)**

1. Два одинаковых тела начинают одновременно встречное движение вдоль вертикальной осиY без начальной скорости. На некотором расстоянии они сталкиваются. Начальная координата тела, движущегося вниз равна 20, а тела движущегося вверх – 0. Найти начальную скорость первого тела и координату точки столкновения, если время падения второго тела оказалось в 2 раза больше времени его падения, если бы столкновения не было. Считать столкновение центральным и абсолютно упругим. Ускорение свободного падения g = 10м/с$^2$**.** Запишем зависимость координаты тел от времени для каждого тела:




$Y_1 = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$ и $Y_2 = H - \frac{gt^2}{2}$. В момент встречи координаты тел равны, т.е. $H - \frac{gt^2}{2} = \upsilon_0 t - \frac{gt^2}{2}$.

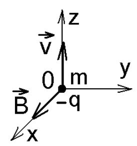
Откуда время столкновения будет определяться $t_{ст} = \frac{H}{\upsilon_о}$. Тогда высота, на которой произойдет столкновение, будет определяться $h = H(1 - \frac{gH}{2\upsilon_2^2})$. Время падения второго тела без столкновения можно определить из уравнения: $H = \frac{gt_{21}^2}{2}$. Значит $t_{21} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, $t_{21}$=2 с.

При абсолютно упругом столкновении тел, выполняются законы сохранения импульса и энергии. При ударе тела обменяются скоростями, и дальше будут продолжать движение по траектории другого тела, по которой то двигалось бы в отсутствии соударения. Таким образом, время падения второго тела в результате столкновения будет равно полному времени движения первого тела (от начала движения до возвращения на Землю) в отсутствии столкновения со вторым телом. Таким образом $t_{22} = t_1 = 2\frac{\upsilon_0}{g}$. По условию задачи $t_{22}=2t_{21}$. Значит $2\frac{\upsilon_0}{g}$=4 или $\upsilon_0$=20 м/с.

Высота, на которой произошло столкновение, будет равна: $h = 20(1 - \frac{10 \cdot 20}{2 \cdot 400}) = 15$ (м).

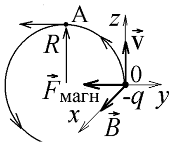
Ответ: **20 м/с**– начальная скорость первого тела; **15 м –** высота, на которой произошло столкновение.

2. Частица с отрицательным удельным зарядом *q/m*= 2·10$^9$ Кл/кг, ускоренная разностью потенциалов $\Delta\varphi$ = 1 кВ, в начальный момент $t_0$= 0 находится в точке 0 (см. рисунок) и движется со скоростью v = 200 м/с, направленной вдоль оси *z* в однородном магнитном поле, индукция $\vec{B}$ которого направлена вдоль оси *x*. В момент времени *t*= 5мкс её скорость в первый раз будет направлена против оси *y*. На каком удалении от точки 0 частица окажется в этот момент времени, и какой путь она пройдет за время *t* ?



Решение

Работа, совершаемая ускоряющим напряжением $U = \Delta\varphi$, идет на изменение кинетической энергии частицы: $A = q\Delta\varphi = m\mathrm{v}^2/2$. Поэтому, проходя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\varphi$, частица приобретает скорость $\boxed{\mathrm{v} = \sqrt{2q\Delta\varphi/m}}$.



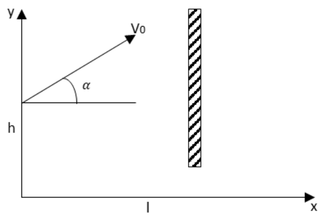

На рисунке указано направление силы $\vec{F}_{\text{магн}}$ и круговая траектория частицы видим, что скорость будет направлена против оси *y* в точке А, когда частица пройдет четверть окружности за время $t = \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi m}{qB}$. Отсюда $B = \dfrac{\pi m}{qt}$. Подставляя найденное выражение для v, находим радиус траектории: $R = \dfrac{m\mathrm{v}}{qB} = \dfrac{t}{\pi}\sqrt{\dfrac{2q\Delta\varphi}{m}} = \ = 3{,}18$ м. За время *t* частица проделает путь $2\pi R/4 = 5$ м и удалится от точки 0 на расстояние $\mathrm{AO} = \sqrt{2}R = 4{,}50$ м.

Ответ: **5 м** – путь частицы; **4,5 м –** расстояние, на которое удалилась частица от точки 0

3. Мальчики устроили игру в которой надо бросать маленький упругий шарик в стену рассчитав бросок так, чтобы мячик, отлетев от стены, упал точно на линию отмеченную у ног бросавшего. За линию заходить нельзя, как и не доходить до нее. Меняя углы бросания, мальчики определили, что, бросая под углом 60°, мячик приземляется точно на отмеченную линию. Найти начальную скорость мяча, если известно что высота, с которой бросают мяч 95см, а расстояние до стены 3 м. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

Решение

Мяч пролетает расстояние $2l = V_0 \cos\alpha t_0$, откуда можно выразить время




$$t_0 = \frac{2l}{V_0 \cos\alpha}$$

Кинематическое уравнение в проекции на ось У

$$y = h + V_0 \sin\alpha t_0 - \frac{gt^2}{2} = 0$$

$h + \dfrac{V_0 \sin\alpha \cdot 2l}{V_0 \cos\alpha} - \dfrac{g4l^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha} = 0$, после преобразований получим

$$V_0^2 \cos^2 \alpha = \frac{2gl^2}{h + 2ltg\alpha}$$

Выразим начальную скорость мяча

$$V_0 = \frac{l}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{2g}{h+2ltg\alpha}} = \frac{3}{0.5}\sqrt{\frac{2\cdot 10}{0{,}95 + 2\cdot 3\cdot 1{,}73}} \approx 7{,}962 \approx 8 м/с$$

4. Плоская монохроматическая волна падает нормально на дифракционную решетку с постоянной d = 90 мкм. За решеткой, параллельно ее плоскости, установлена тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием F = 120, а в ее фокальной плоскости – экран. Координата второго главного интерференционного максимума на экране равна x = 12 мм (начало отсчета 0 оси X совпадает с фокусом линзы). Найти длину волны падающего света. Ответ дать в нм.

Решение

Линза соберет в одной точке фокальной плоскости (экрана) все параллельные лучи, уходящие от каждой щели под углом ф к направлению падения волны. Угол ф соответствует главный интерференционный максимум 2-го порядка. Угол найдем из условия

$$d \cdot \sin\varphi = 2\lambda$$

Т.к. луч, проходящий через центр линзы не преломляется, то из прямоугольного треугольника, образованного осью линзы, лучом, направленным под углом *φ* и координатой интерференционного максимума 2-го порядка$x_2$= 12 мм, найдем значение тангенса угла *φ*

$x_2 = f \cdot tg\varphi \Rightarrow tg\varphi = \dfrac{x_2}{f} = 0{,}01$. Для такого малого угла tg*φ*≈*sin φ*≈ *φ*

Найдем искомую длину волны.

$$\lambda = \frac{d}{2}\cdot\frac{x_2}{f} = 450 нм$$

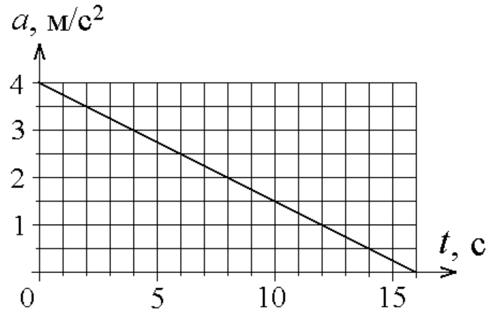
Ответ: **450 нм**

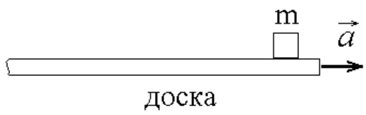
5. На столе лежит длинная линейка и на неё поставили небольшую шайбу. После действия на линейку горизонтальной силы (толкнули вперед) линейка приобрела ускорение и шайба начала двигаться вдоль линейки. Модуль ускорения линейки менялся по линейному закону, причем в начальный момент времени он был максимальным – 4 м/с$^2$, через 4 с стал равен 3 м/с$^2$, через 8 секунд – 2 м/с$^2$ и позже стал равен 0 м/с$^2$. Масса шайбы 20 г, коэффициент трения между шайбой и линейкой 0,3. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

- Определить момент времени, когда ускорение линейки стало равно нулю и найти скорость шайбы относительно пола в этот момент.
- Найти скорость шайбы относительно пола в момент времени, когда она перестанет перемещаться вдоль линейки.

*Решение*

Построим график зависимости ускорения от времени, откуда найдем, что при t = 16 с ускорение линейки будет равно 0.




Максимальное ускорение шайбе может дать только максимальная сила трения, равная силе трения скольжения

$$F_{тр.ск.} = \mu N = \mu mg$$

$\mu mg = ma \quad \Rightarrow \; a = \mu g$ =3 м/с$^2$.

Так как линейка имеет большее ускорение в начальный момент времени, то вплоть до момента $t = 4$с шайба будет двигаться с постоянным ускорением 3 м/с$^2$, при этом скользя по линейке, а затем перестанет проскальзывать. Дальнейшее движение будет с переменным ускорением, совпадающим с ускорением линейки.

Разобьем задачу на два интервала. От 0 до 4 секунд и от 4 с до 16 с.

На первом интервале скорость шайбы находится из уравнения равноускоренного движения

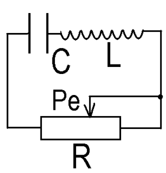
$V_1 = V_{01} + at = 0 + 3 \cdot 4 = 12$ м/с

На втором интервале скорость увеличивается на $\Delta V$, и это изменение скорости можно найти как площадь треугольника под графиком ускорения от времени в интервале от 4 с до 16 с:

$\Delta V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 12$ =18 м/с. Таким образом конечная скорость шайбы будет равна 12+18=30 м/с

Ответ: **1) 30 м/с, 16 с; 2) 12 м/с.**

6. Движок реостата “Ре” перемещают слева направо, увеличивая сопротивление *R*. При нулевом сопротивлении, *R*=$R_1$ = 0 Ом, циклическая частота собственных электрических колебаний в контуре была равна $\omega_1$. При сопротивлении *R*=$R_2$ = 15 кОм частота колебаний уменьшилась в два раза. При какой величине сопротивления реостата $R_3$ колебания прекратятся?




Решение

При $R = 0$ циклическая частота незатухающих колебаний равна

$\omega_1 = \omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. При ненулевой величине сопротивления $R = R_2$ частота $\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta_2^2} =$

$\sqrt{\omega_1^2-\beta_2^2}=\omega_1/2$. Возводя в квадрат обе части последнего равенства, находим $\omega_1^2-\beta_2^2=\frac{\omega_1^2}{4}$, откуда получаем

$\beta_2=\frac{R_2}{2L}=\frac{\sqrt{3}\omega_1}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{3}{LC}}$ и $\sqrt{\frac{L}{C}}=\frac{R_2}{\sqrt{3}}$. Колебания прекращаются, когда $\omega=\beta$ и сопротивление достигает критической величины $R_3=R_{\text{кр}}=2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Поэтому $R_3=\frac{2R_2}{\sqrt{3}}=17{,}3\ \text{кОм}$.

7. При испытаниях снаряда после подрыва на высоте 1800 м при вертикальном выстреле от него отлетели два осколка. Осколки разлетелись вдоль направления выстрела, в противоположных направлениях Осколок массой 2 кг продолжил движение вверх, а осколок массой 3 кг – вниз. С какой скоростью летел меньший осколок через 1,5 секунды после подрыва, если их полная механическая энергия сразу после разрыва 300 кДж? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$. Ответ округлить до целых.

*Решение*

Полная энергия снаряда равна сумме полных энергий осколков. Запишем закон сохранения поной механической энергии системы

$$E=(m_1+m_2)gH+\frac{m_1V_{01}^2}{2}+\frac{m_1V_0^2}{2}\quad E-(m_1+m_2)gH=\frac{m_2V_{02}^2}{2}(1+\frac{m_2}{m_1})$$

Из закона сохранения импульса

$$m_1V_{01}-m_2V_{02}=0$$

$$V_{01}=\frac{m_2V_{02}}{m_1}$$

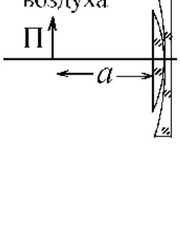
Скорость меньшего осколка, летящего вверх

$$V_2=V_{02}-gt$$

$$V_2=\sqrt{\frac{2(E-(m_1+m_2)gH}{m_2(1+\frac{m_2}{m_1})}}-gt=\sqrt{\frac{2(300000-(3+2)10\cdot 1800}{2(1+\frac{2}{3})}}-10\cdot 1.5=\sqrt{126000}-15\approx 340\,м/с^2$$

Ответ: **340 м/с**

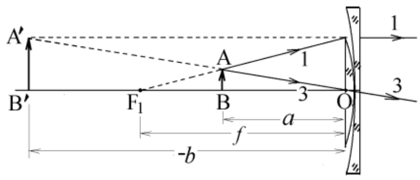
8. Тонкие линзы – плоско-выпуклая с радиусом $R_1=20$ см и плоско-вогнутая с радиусом $R_2=30$ см – сделаны из стекла с показателем преломления *n* = 1,6 и плотно прижаты друг к другу. Предмет П находится на расстоянии а = 60 см от линз. На каком расстоянии от предмета находится его изображение в этой оптической



системе?

Левая линза собирающая, а правая – рассеивающая. Их оптические силы $D_1 = (n-1)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R_1}\right)$ и $D_2 = (n-1)\left(\frac{1}{-R_2} + \frac{1}{\infty}\right)$ складываются, и систему можно рассматривать как одну тонкую линзу с фокусным расстоянием $f = \frac{n_{\text{воздуха}}}{D_1 + D_2} = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)} = 1 \text{ м}$.

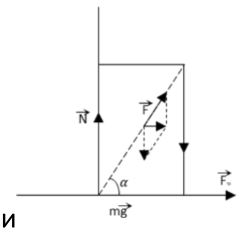
Используя формулу тонкой линзы, получаем расстояние до изображения $b = af/(a-f) = -1{,}5 \text{ м}$. Это расстояние отрицательно, т.к. предмет находится ближе к линзе, чем её левый фокус $F_1$. Линия луча “1” должна проходить через фокус $F_1$, поэтому выходящие из линзы лучи “1” и “3” расходятся (рис.1.25). Их продолжения пересекаются в точке A' мнимого изображения. Искомое расстояние между предметом и изображением $|b| - a = 0{,}9 \text{ м}$.




9. Старшеклассники показывали фокусы детям. Один из фокусов заключался в том, что при выдергивании листа бумаги из-под стоящего на нем цилиндра, цилиндр не падал и не сдвигался с места. Во время репетиций этого номера юные фокусники заметили, что устойчивость цилиндра зависит от скорости выдергивания листа. Каким должно быть минимальное ускорение листа для успешного результата фокуса? Размеры цилиндра: высота 30 см, диаметр основания – 8,5 см. Ускорение свободного падения принять 10 м/с$^2$. Ответ округлить до сотых.

*Решение*

Действующие силы во время выдергивания листа бумаги должны уравновесить друг друга чтобы цилиндр не опрокинулся $\vec{F} = \vec{F}_{тр} + \vec{N}$



В проекциях на оси

$$F \cos\alpha = ma_{\min}$$

$$F \sin\alpha = mg$$

Найдем угол между линией действия силы F и силой трения

*$tg\alpha = h/2r = g/a_{min.}$ выразим искомое минимальное ускорение*

$$a_{\min} = \frac{gd}{h} = 2{,}83 м/с^2$$

Ответ:**2,83 м/с²**

10. В радиокружке школьники собирали контур для радиоприемника настроенный на длинноволновый диапазон. В наборе деталей был конденсатор с максимальным напряжением 0,4 В и емкостью 0,1 мкФ. Каково максимальное значение тока в контуре, если пренебречь сопротивлением в нем и принять длину волны равную 1560 м? Электромагнитные волны распространяются со скоростью света ($3 \cdot 10^8$ м/с). Ответ округлить до сотых.

*Решение*

В контуре максимальный ток соответствует максимальному напряжению.

Энергия контура определяется по формуле

$$\frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2} \quad (1)$$

Из формулы для определения длины волны принимающего контура найдем индуктивность

$$\lambda = c \cdot T = 2\pi c\sqrt{LC}$$

$$\sqrt{L} = \frac{\lambda}{2\pi c\sqrt{C}} \quad (2)$$

Из формулы (1), учитывая индуктивность, найдем искомый максимальный ток

$$I_{\max} = U_{\max} \frac{2\pi c C}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}4 \cdot 10^{-7}}{1560} = 48 \cdot 10^{-3} \approx 0{,}05 A$$

Ответ: **0,05 А (48 мА)**

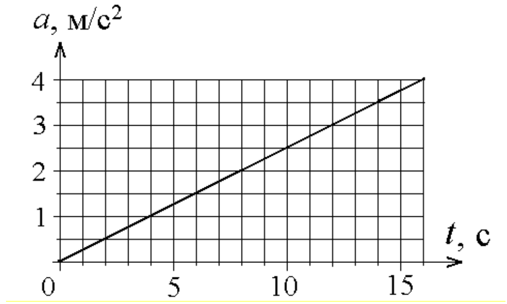
11. На столе на подвижной платформе свободно лежит кубик массы m = 100 г. В некоторый момент $t_0 = 0$ платформе придали горизонтальное ускорение, модуль которого изменялся по линейному закону. Зависимость значений модуля ускорения приведены в таблице. Коэффициент трения между кубиком и платформой $\mu = 0{,}2$ .

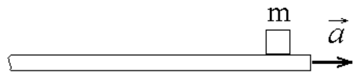
| t, c | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a, м/с$^2$ | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 | 3,5 | 4 |

1) Найти скорость кубика относительно стола в тот момент, когда он начнет движение по платформе.

2) Найти скорость кубика относительно горизонтальной поверхности через 15 секунд после начала движения.

*Решение*




На шайбу действует сила трения покоя и она направлено туда же куда и ускорение. Напишем систему динамических уравнений

$$F_{тр} = ma \qquad N = mg \qquad F_{тр} \le \mu N$$

Отсюда следует $ma \le \mu mg$ или $a \le \mu g$ . Это условие не проскальзывания. Значит шайба начнет проскальзывать, когда ускорение доски достигнет $a = \mu g = 0,2 \cdot 10 = 2$ м/с². По графику это произойдет через 8 сек.

Площадь под графиком ускорения от времени есть изменение скорости доски или

$$V = S_{треуг} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 8 \text{ м/с.}$$

Далее шайба будет двигаться равноускоренно под действием силы трения скольжения с ускорением $a = \mu g = 2$ м/с². Через 7 секунд после начала скольжения скорость шайбы

$$V_{(15)} = V_{(8)} + a \cdot 7 = 8 + 2 \cdot 7 = 22 \text{ м/с.}$$

Ответ: **1) 8 м/с, 2) 22 м/с**

12. К клеммам источника постоянного тока с внутренним сопротивлением $r$= 40 Ом сначала подключали нагрузку из двух одинаковых сопротивлений $R_1 = R_2 = R$, соединенных параллельно, а потом соединённых последовательно. В первом случае в цепи за одну минуту на нагрузке выделялось тепло $Q_1$= 3,6 кДж, а во втором за то же время на нагрузке выделялось тепло $Q_2$= 2,5 кДж. Чему равно каждое из сопротивлений? Какой заряд протекает через нагрузку в обоих случаях?

*Решение*.

При параллельном соединении резисторов сопротивление нагрузки равно $R_{н1} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2) = R/2$, а при последовательном – $R_{н2} = R_1 + R_2 = 2R$. Поэтому

$$Q_1 = I_1^2 R_{н1} \Delta t = \left( \frac{\varepsilon}{r + R/2} \right)^2 \frac{R}{2} \Delta t$$

$$Q_2 = I_2^2 R_{н2} \Delta t = \left( \frac{\varepsilon}{r + 2R} \right)^2 2R \Delta t$$

.

Отсюда $\frac{Q_1}{Q_2}=\frac{36}{25}=\frac{(r+2R)^2}{4(r+R/2)^2}$, или $\frac{r+2R}{r+R/2}=\frac{12}{5}$ и $R=\frac{7r}{4}=70\text{ Ом}$.

Зная сопротивления, можно вычислить величину ЭДС, величину токов $I_1=\sqrt{2Q_1/R\Delta t}$; $I_2=\sqrt{Q_2/2R\Delta t}$, а также определить протекший за время $\Delta t$ заряд:

$$q_1=I_1\Delta t=\sqrt{\frac{2Q_1\Delta t}{R}}=111\text{ Кл};\quad q_2=I_2\Delta t=\sqrt{\frac{Q_2\Delta t}{2R}}=46{,}3\text{ Кл}.$$

13. Под воздействием ультрафиолетового излучения из металла выбиваются электроны с длиной волны 100 нм которые задерживаются электрическим полем с разностью потенциалов 10 В. При какой длине волны падающих фотонов фотоэффект прекращается. Ответ дать в нанометрах (нм)

*Решение*

Фотоэффект прекращается при длине волны фотона, соответствующей красной границе, при которой работа выхода $A_{вых} = hc/\lambda_{кр}$. Кинетическая энергия выбитого электрона затрачивается на совершение работы над силами задерживающего электрического поля

$m_e\upsilon^2/2 = e\Delta\varphi$.

Подставляя эти соотношения в уравнение фотоэффекта, $E_ф = hc/\lambda = A_{вых} + m_e\upsilon^2/2 =$

$= hc/\lambda_{кр} + e\Delta\varphi$, найдем

$\lambda_{кр} = \lambda/(1- e\Delta\varphi\,\lambda/hc)$, подставляя числовые значения получим $\lambda_{кр} = 512$ *нм*

14. Автоцистерна с водой двигалась вверх по дороге под углом 15° к горизонту. Содержимое цистерны выливалось через отверстие диаметром 1,5 мм со скоростью 10 см/с относительно цистерны, создавая таким образом силу тяги, направленную в противоположную сторону движению автоцистерны. Уровень поверхности воды внутри емкости установился параллельно поверхности склона дороги. Найти коэффициент сопротивления движению. Масса цистерны 2023 кг.

*Решение*

Поверхность жидкости установится параллельно дороге, если ускорение цистерны будет равно

$a = g\sin\alpha$

Сила, создаваемая вытекающей жидкостью, равна импульсу жидкости за единицу времени

$$F=\frac{\Delta m\vartheta}{\Delta t}=\frac{\rho S\vartheta\,\Delta t\vartheta}{\Delta t}=\rho S\vartheta^2 \quad (1)$$

Эта сила уравновешивает сопротивление движению, следовательно, можно записать

$F_{сопр} = kN = kmg\cdot\cos\alpha$ (2)

где $k$ – коэффициент сопротивления движению.

$kmg\cdot\cos\alpha = \rho Sv^2$, *выразим* $k = \rho Sv^2/mg\cdot\cos\alpha$

Подставляя числовые значения, получим, что $k \approx 9\cdot10^{-4}$

Ответ: $k \approx 9 \cdot 10^{-4}$

15. Термос заполнен водно-ледяной смесью. В течение 15 минут после начала нагревания температура смеси не менялась, но к концу нагрева повысилась на 23 К. Сколько было смеси, если в единицу времени система получала постоянное количество теплоты. Полное время процесса 19 минут. Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг, а удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/кг

*Решение*

**Т.к. в условии задачи не указаны масса льда или воды в смеси, то решение должно быть представлено в общем виде!**

Искомая масса смеси $m = m_л + m_в$

На таяние льда потребовалось количество теплоты $Q_1 = \lambda m_л$

За 4 минуты нагрева $Q_2 = cm\Delta T$.

Учитывая, что система получала постоянное количество теплоты в единицу времени, можно сделать вывод, что мощность нагревателя постоянна и можно записать

$Q_1 = P \cdot t_1$;   $Q_2 = P \cdot t_2$

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\lambda m_1}{cm\Delta T}$ , выразим искомую массу смеси

$$m = \frac{\lambda m_1 t_2}{c\Delta T t_1}$$

Ответ: $m = \frac{\lambda m_1 t_2}{c\Delta T t_1}$